

**Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе
ведомственных образовательных организаций
в 2019-2020 учебном году
9 класс
Очный тур. Вариант 1.**

Задача 1. (15 баллов). Два шара массами M и m ($M > m$), имеющих одинаковые объемы, связали невесомой и нерастяжимой нитью и опустили в сосуд с жидкостью. «Легкий» шар всплыл так, что в жидкости осталась лишь его η -я часть. «Тяжелый» шар, не касаясь дна, «повис» на вертикально ориентированной нити. Найти силу натяжения нити F , считая, что плотность жидкости неизменна от поверхности жидкости до дна сосуда.

Решение:

Запишем условия установившегося равновесия шаров в жидкости:

$$mg + F = \rho_0 V g \eta.$$

$$Mg = F + \rho_0 V g.$$

где ρ_0 – плотность жидкости, налитой в сосуд; V – объемы шаров.

Преобразуем написанные уравнения к виду:

$$mg + F = \rho_0 V g \eta.$$

$$Mg - F = \rho_0 V g.$$

Поделив верхнее уравнение на нижнее (убирая, при этом, неизвестную величину ρ_0), и проведя простые преобразования, получим ответ

Ответ: $F = \frac{g}{1+\eta} (M\eta - m)$

Задача 2. (15 баллов). В закрытом с обоих концов теплоизолированном горизонтально расположенном цилиндре есть тонкий теплопроводящий невесомый поршень, делящий цилиндр на две части, и могущий двигаться без трения. В одной части цилиндра находится молекулярный водород массы $m_B = 3$ г. В другой части цилиндра находится молекулярный кислород массы $m_K = 16$ г. Найти отношение объемов η ($\eta = V_B/V_K$), занимаемых газами. Молекулярные массы газов: $\mu_B = 2$ г/моль, $\mu_K = 32$ г/моль.

Решение:

Запишем уравнение состояния каждого газа в своей части цилиндра.

$$PV_B = \nu_B RT = \frac{m_B}{\mu_B} RT.$$

$$PV_K = \nu_K RT = \frac{m_K}{\mu_K} RT.$$

Поделив почленно первое уравнение на второе, получим, что искомое нами отношение определяется отношением числа молей данных газов.

Ответ: $\eta = \frac{V_B}{V_K} = \frac{\nu_B}{\nu_K} = \frac{m_B \mu_K}{\mu_B m_K} = 3.$

Задача 3. (15 баллов). Какое количество теплоты Q нужно сообщить $m = 2.0$ кг льда, взятого при температуре $t_n^0 = -10^0\text{C}$, чтобы лед расплавить ($t_{пл}^0 = 0^0\text{C}$), а полученную воду нагреть до кипения ($t_{пр}^0 = 100^0\text{C}$) и выпарить? Удельная теплоемкость льда $c_{л} = 2,10 \cdot 10^3$ Дж/(кг К). Удельная теплоемкость воды $c_{в} = 4,19 \cdot 10^3$ Дж/(кг К). Удельная теплота плавления льда $\lambda_{л} = 3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг. Удельная теплота парообразования воды $g_{в} = 22,60 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение:

Закон сохранения энергии для конкретной задачи запишем в следующем виде

$$Q = c_{\text{л}}m(T_{\text{пл}} - T_{\text{н}}) + \lambda_{\text{л}}m + c_{\text{в}}m(T_{\text{пр}} - T_{\text{пл}}) + r_{\text{в}}m.$$

Первое слагаемое в правой части – тепло, необходимое для нагревания льда от его начальной температуры до температуры его плавления.

Второе слагаемое в правой части – тепло, необходимое для плавления льда и превращения его в воду.

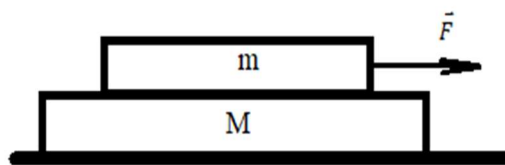
Третье слагаемое в правой части – тепло, необходимое для нагревания воды от ее начальной температуры до температуры ее кипения.

Четвертое слагаемое в правой части – тепло, необходимое для выпаривания воды и превращения ее в пар.

Подставляя численные данные, получим численный ответ

Ответ: $Q = c_{\text{л}}m(T_{\text{пл}} - T_{\text{н}}) + \lambda_{\text{л}}m + c_{\text{в}}m(T_{\text{пр}} - T_{\text{пл}}) + r_{\text{в}}m = 6 \text{ МДж.}$

Задача 4. (25 баллов). На горизонтальной поверхности стола покоится доска массы M . На горизонтальной верхней поверхности этой доски покоится другая доска массы m . Коэффициент трения скольжения между досками равен μ . Коэффициент трения скольжения между нижней доской и столом равен нулю. К верхней доске приложили горизонтальную силу F (см. рис). Найти ускорения $a_{\text{н}}$ и $a_{\text{в}}$ нижней и верхней досок и силу трения $F_{\text{тр.}}$, возникающую между досками.



Найти ускорения $a_{\text{н}}$ и $a_{\text{в}}$ нижней и верхней досок и силу трения $F_{\text{тр.}}$, возникающую между досками.

Решение:

Проанализируем все возможные случаи.

1. Приложенная к верхней доске сила равна нулю ($F=0$). Тогда:

$$a_{\text{н}} = a_{\text{в}} = 0.$$

Сила трения (сила трения покоя) тоже равна нулю

$$(F_{\text{тр.}} \equiv F_{\text{тр.пок.}} = 0).$$

2. Приложенная к верхней доске сила не равна нулю ($F \neq 0$) и тела движутся как единое целое.

В этом случае ускорения тел легко вычисляются и равны:

$$a_{\text{н}} = a_{\text{в}} = \frac{F}{M + m}.$$

Поскольку нижняя доска движется с только что найденным ускорением $a_{\text{н}}$ благодаря лишь силе трения (силе трения покоя, т.к. доски не движутся друг относительно друга), находим:

$$F_{\text{тр.}} \equiv F_{\text{тр.пок.}} = \frac{MF}{m+M}.$$

Однако, величина силы трения покоя всегда ограничена сверху величиной силы трения скольжения:

$$F_{\text{тр.пок.}} \leq F_{\text{тр.ск.}}$$

Подставляем в последнее неравенство выражения для соответствующих сил, найдем предельную силу F , при которой доски еще могут двигаться как единое целое:

$$\frac{MF}{m + M} \leq mg\mu,$$

или

$$F \leq \frac{mg\mu}{M} (M + m) = mg\mu \left(1 + \frac{m}{M}\right).$$

Если внешняя сила F будет удовлетворять неравенству

$$F > mg\mu \left(1 + \frac{m}{M}\right),$$

доски будут двигаться не как единое целое (одна относительно другой).

3. Приложенная к верхней доске сила не равна нулю ($F \neq 0$) но тела движутся не как единое целое. Напишем уравнения движения для каждой из досок:

$$ma_{\text{в}} = F - mg\mu,$$

$$Ma_{\text{н}} = mg\mu,$$

где $F_{\text{тр.ск.}} = mg\mu$. – сила трения скольжения.

Запишем решения этих уравнений:

$$a_{\text{н}} = \frac{mg\mu}{M},$$

$$a_{\text{в}} = \frac{F - mg\mu}{m}, F \geq mg\mu.$$

Неравенство $F \geq mg\mu$ – это требование того, чтобы величина $a_{\text{в}}$ была неотрицательна.

Не трудно доказать, что неравенство $F \geq mg\mu$ заведомо выполнимо, т.к. выполняется неравенство $F > mg\mu \left(1 + \frac{m}{M}\right)$.

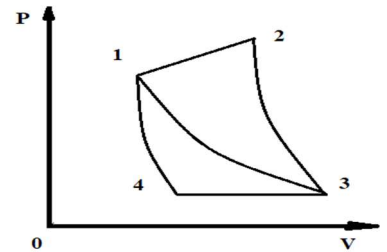
Ответ:

1. $a_{\text{н}} = a_{\text{в}} = 0$, $F_{\text{тр.}} \equiv F_{\text{тр.пок.}} = 0$, если $F=0$. Доски покоятся друг относительно друга и относительно стола.

2. $a_{\text{н}} = a_{\text{в}} = \frac{F}{M+m}$. $F_{\text{тр.}} \equiv F_{\text{тр.пок.}} = \frac{MF}{m+M}$, если $0 \leq F \leq mg\mu \left(1 + \frac{m}{M}\right)$. Доски покоятся друг относительно друга, но как единое целое движутся относительно стола.

3. $a_{\text{н}} = \frac{mg\mu}{M}$, $a_{\text{в}} = \frac{F - mg\mu}{m}$, $F_{\text{тр.ск.}} = mg\mu$, если $F > mg\mu \left(1 + \frac{m}{M}\right)$. Доски движутся и относительно друг друга, и относительно стола.

Задача 5. (30 баллов). КПД цикла (1→2→3→1), состоящего из процесса с линейной зависимостью давления от объема (1→2), адиабаты (2→3) и изотермы (3→1) равен η_1 . КПД цикла (1→3→4→1), состоящего из изотермы (1→3), изобары (3→4) и адиабаты (4→1) равен η_2 . Чему равен КПД η цикла (1→2→3→4→1)? Рабочим веществом тепловой машины является идеальный газ. Циклы показаны на рисунке.



Решение:

КПД цикла (1→2→3→1) по определению равен $\eta_1 = \frac{Q_{1,2} - Q_{3,1}}{Q_{1,2}}$.

КПД цикла (1→3→4→1) по определению равен $\eta_2 = \frac{Q_{1,3} - Q_{3,4}}{Q_{1,3}}$.

Здесь и далее $Q_{i,j} = Q_{j,i} \geq 0$.

КПД искомого цикла ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$) по определению равен $\eta = \frac{Q_{1,2} - Q_{3,4}}{Q_{1,2}}$.

Преобразуем последнее выражение к ответу

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{Q_{1,2} - Q_{3,4}}{Q_{1,2}} = \frac{Q_{1,2} - Q_{3,1}}{Q_{1,2}} + \frac{Q_{3,1} - Q_{3,4}}{Q_{1,2}} = \eta_1 + \frac{Q_{3,1} - Q_{3,4}}{Q_{1,2}} = \eta_1 + \eta_2 - \eta_2 + \frac{Q_{3,1} - Q_{3,4}}{Q_{1,2}} = \\ &= \eta_1 + \eta_2 - \frac{Q_{1,3} - Q_{3,4}}{Q_{1,3}} + \frac{Q_{3,1} - Q_{3,4}}{Q_{1,2}} = \\ &= \eta_1 + \eta_2 + (Q_{1,3} - Q_{3,4}) \left(\frac{1}{Q_{1,2}} - \frac{1}{Q_{1,3}} \right) = \\ &= \eta_1 + \eta_2 + (Q_{1,3} - Q_{3,4}) \frac{Q_{1,3} - Q_{1,2}}{Q_{1,3} Q_{1,2}} = \\ &= \eta_1 + \eta_2 - \frac{Q_{1,2} - Q_{3,1}}{Q_{1,2}} \frac{Q_{1,3} - Q_{3,4}}{Q_{1,3}} = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2.\end{aligned}$$

Ответ: $\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2$.